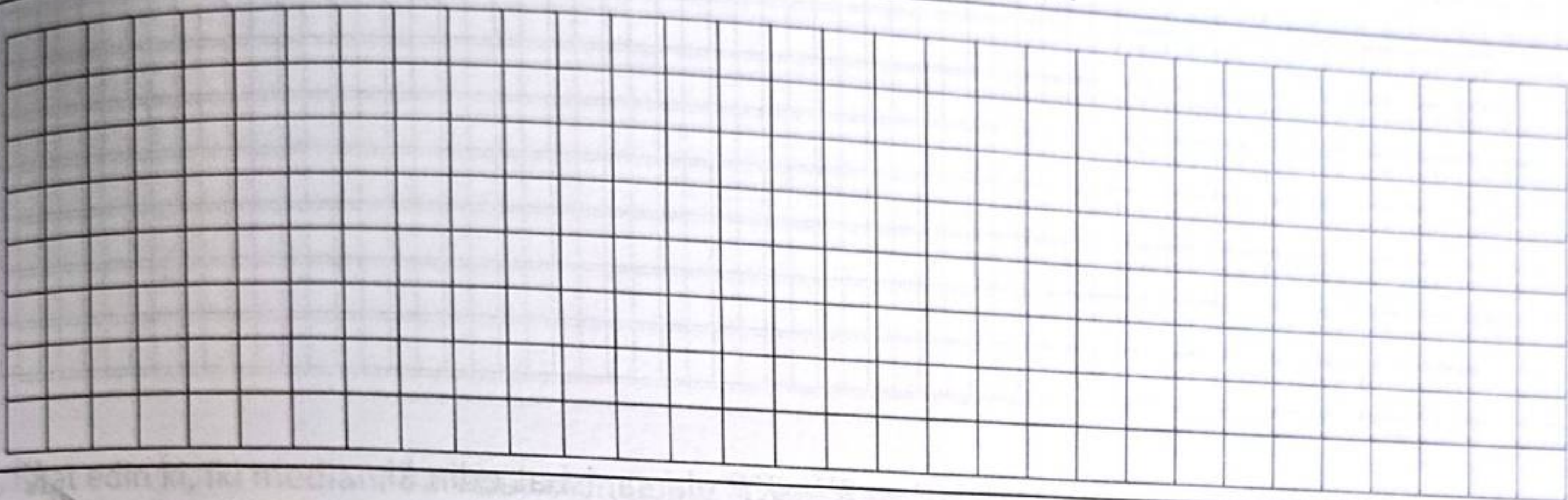
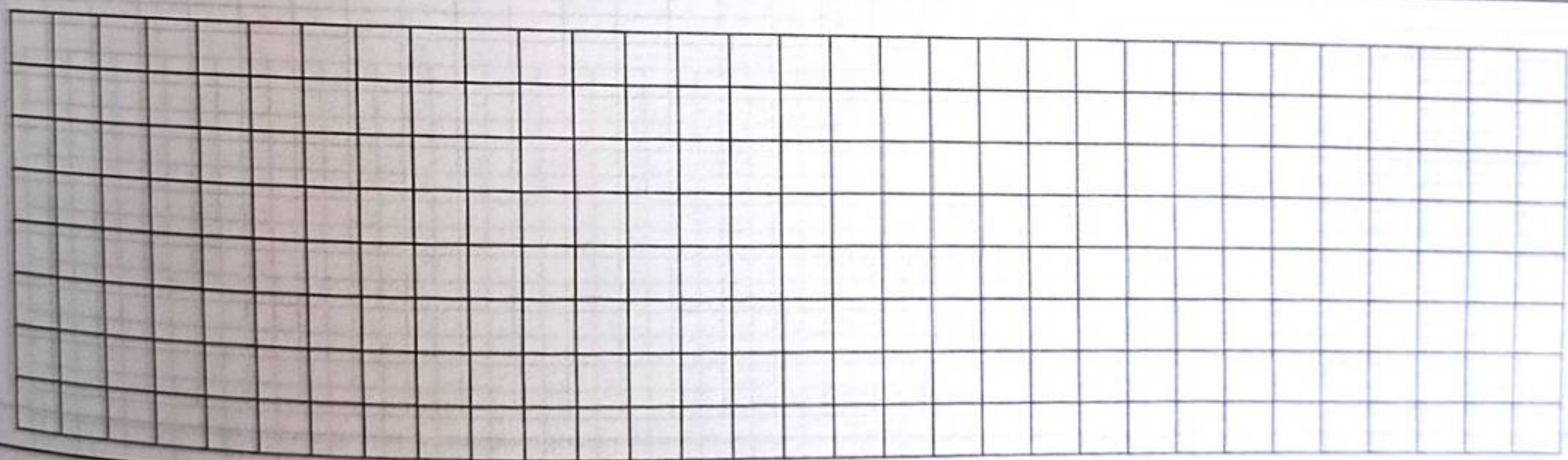
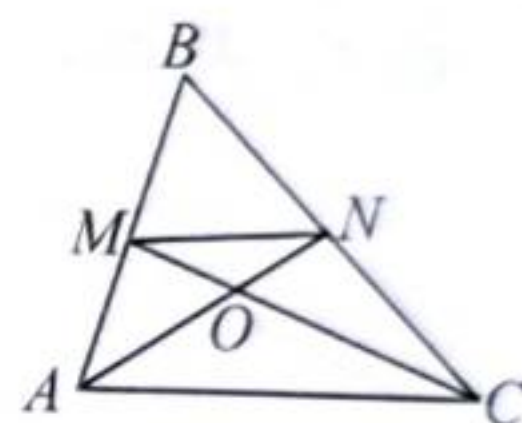


## İsbat məsələləri

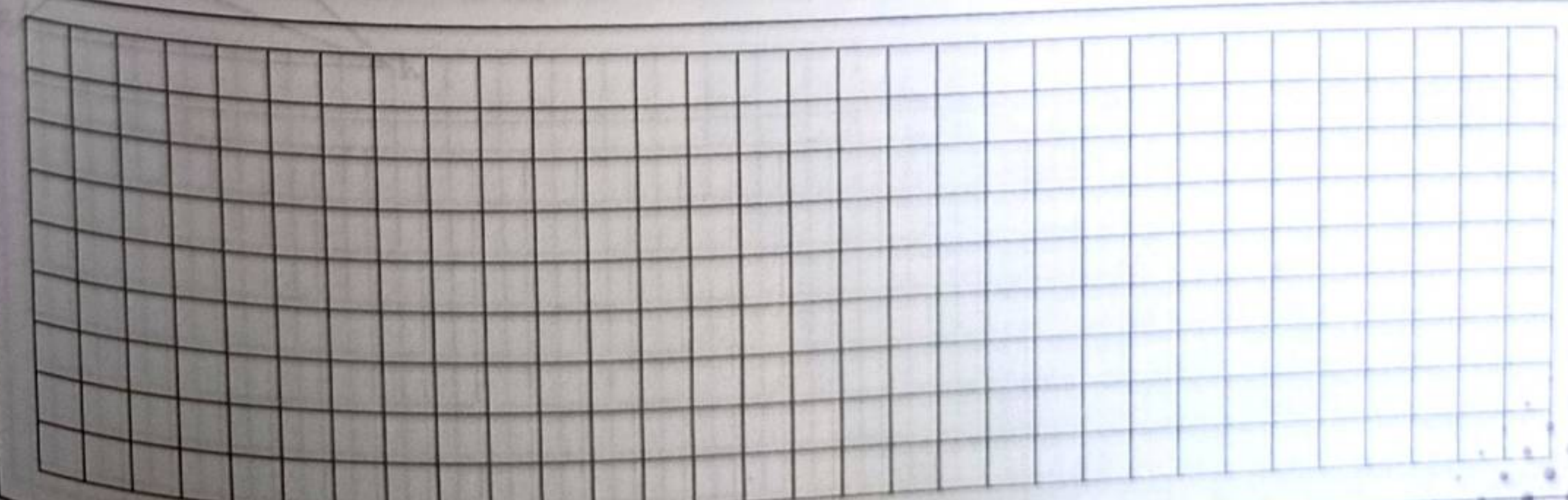
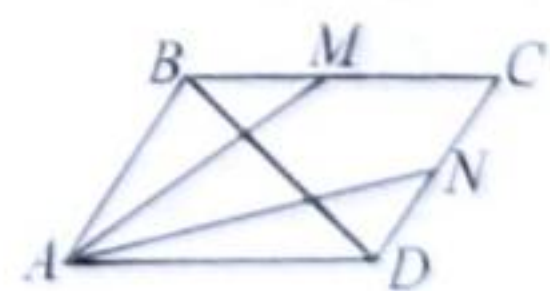
1. Düz bucağın daxilinə onun tərəflərinə toxunan  $r$  radiuslu çevrə çəkilmişdir. İsbat edin ki, bu bucağın təpə nöqtəsindən çevrənin mərkəzinə qədər olan məsafə  $r\sqrt{2}$ -dir.



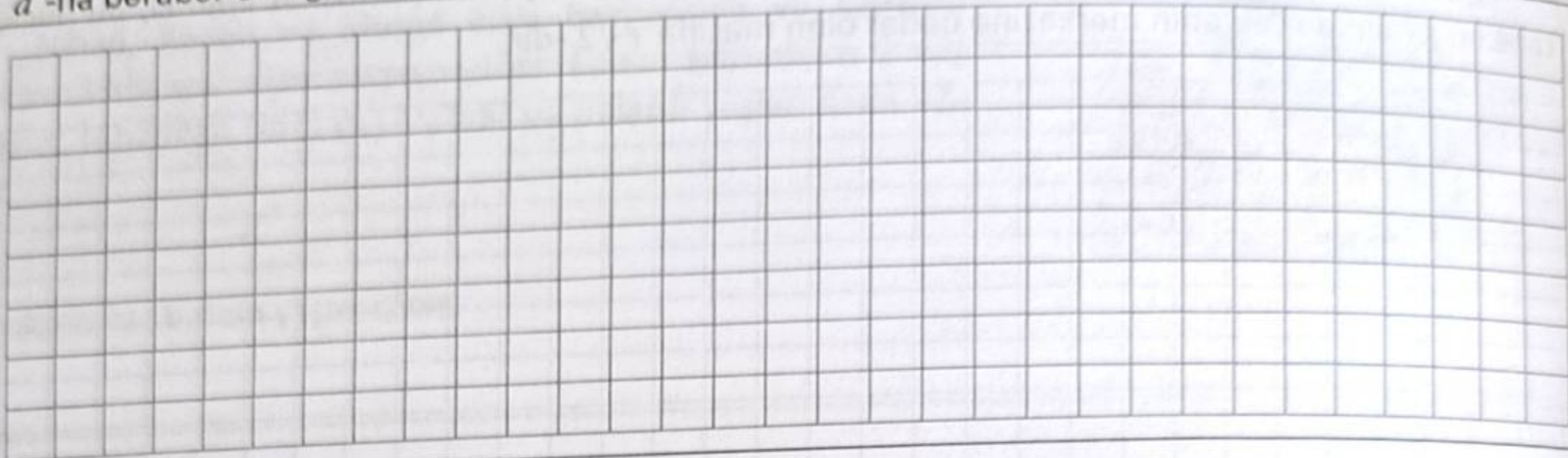
2. İsbat edin ki, medianları  $AN$  və  $CM$  olan  $ABC$  üçbucağında  $\frac{S_{\Delta MON}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{12}$ .



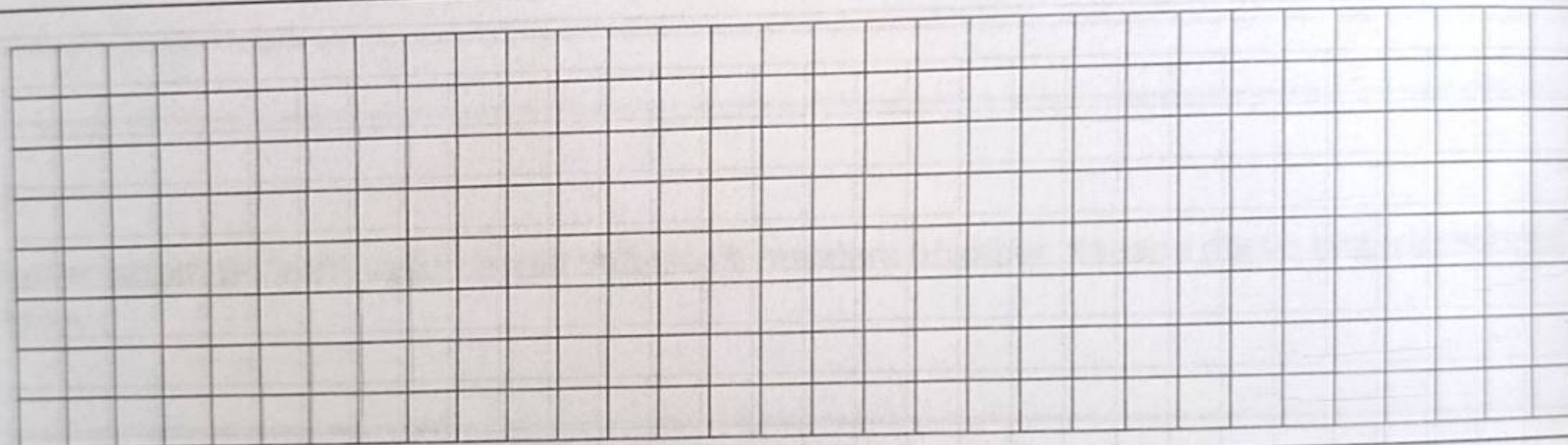
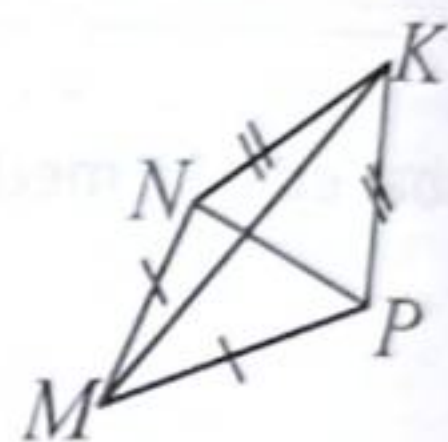
3.  $ABCD$  paraleloqramında  $M$  və  $N$ , uyğun olaraq,  $BC$  və  $CD$  tərəflərinin orta nöqtələridir.  $AM$  və  $AN$  parçalarının  $BD$  diaqonalını üç bərabər hissəyə böldüyünü isbat edin.



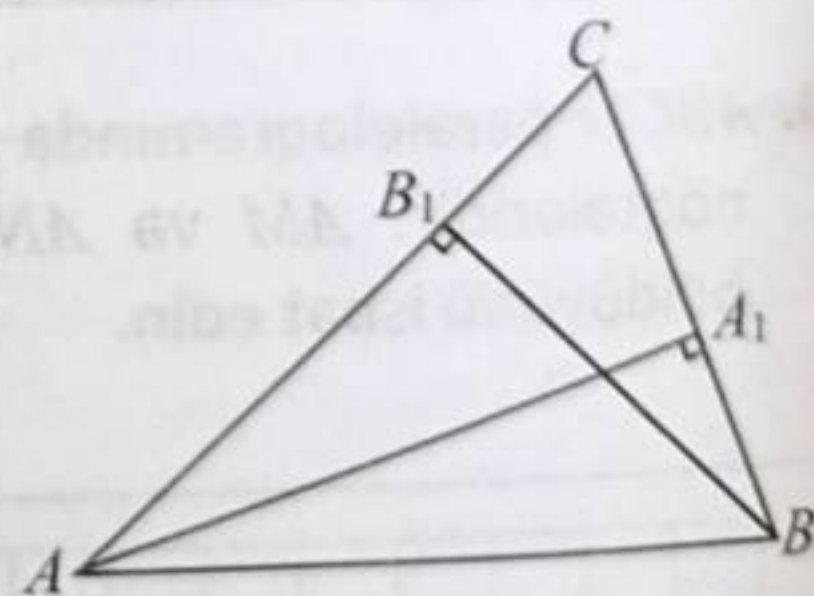
4. Katetləri  $a$  olan bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucağın xarici oblastının hər tərəfi üzərində kvadratlar qurulmuşdur. Təpə nöqtələri kvadratların simmetriya mərkəzlərində yerləşən üçbucağın sahəsinin  $a^2$ -na bərabər olduğunu isbat edin.



5. İxtiyari  $MNKP$  dördbucaqlısında  $MN=MP$  və  $KN=KP$  olarsa, isbat edin ki, bu dördbucaqlının  $MK$  və  $NP$  diaqonalları perpendikulyardır.



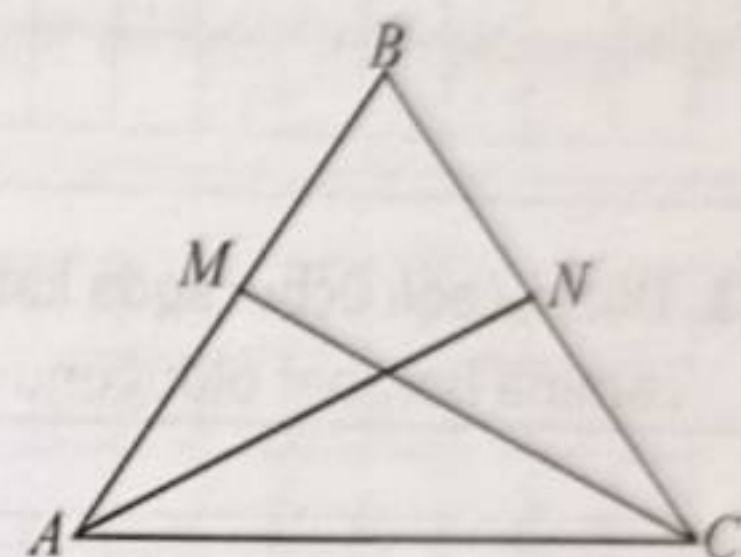
6. İsbat edin ki, üçbucağın iki hündürlüyündən kiçik tərəfə çəkilən böyükdür.



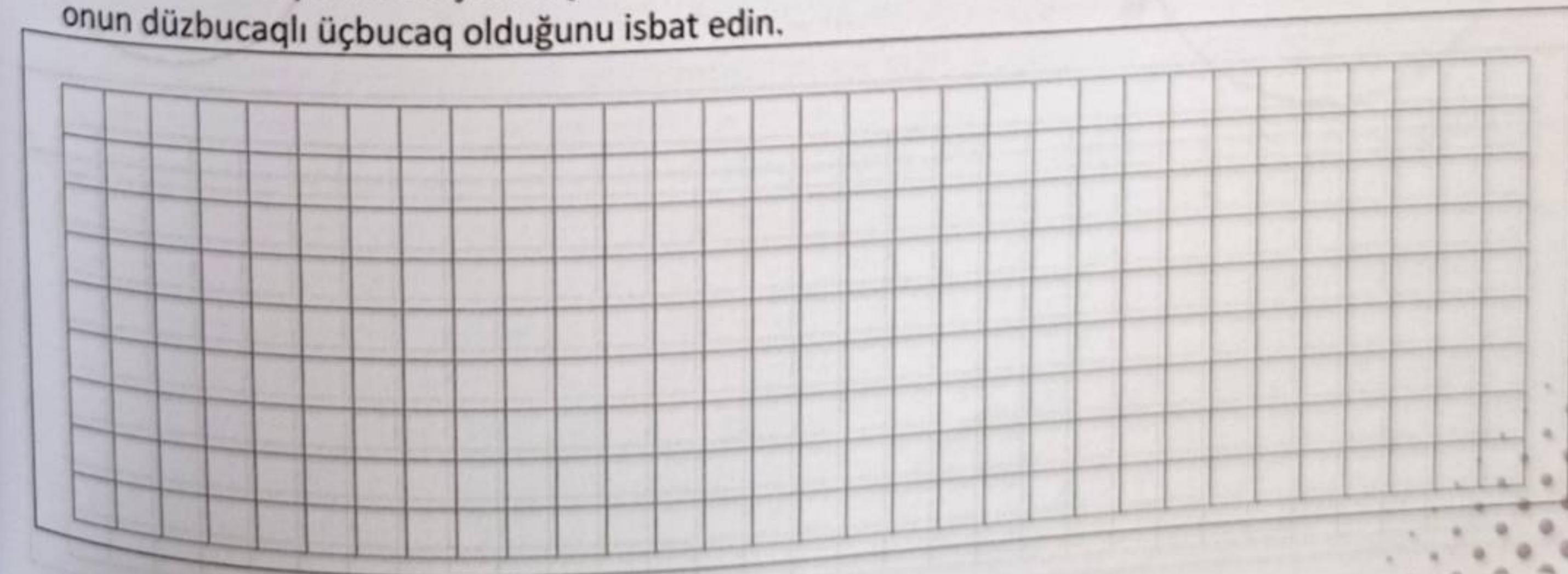
7. İsbat edin ki, radiusa perpendikulyar olan və onun orta nöqtəsindən keçən vətər, daxilə çəkilmiş düzgün üçbucağın tərəfinə bərabərdir.



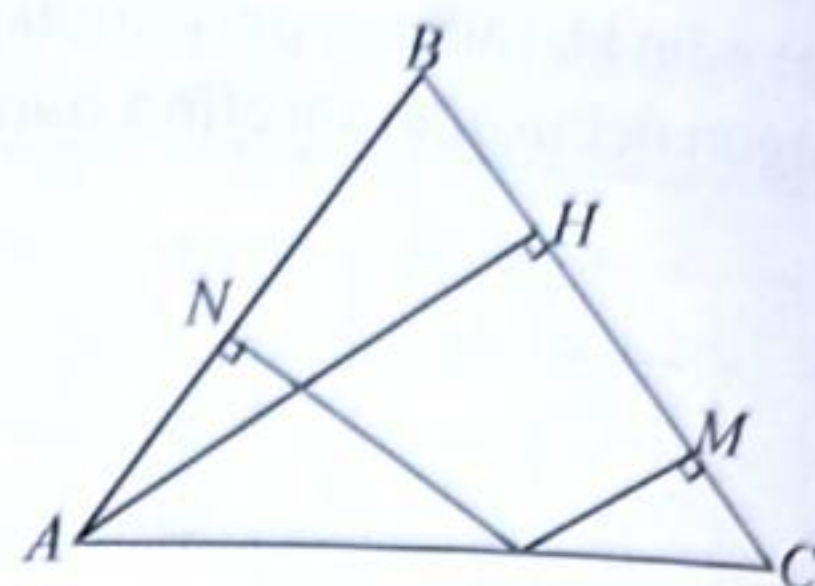
8. İsbat edin ki, iki medianı bərabər olan üçbucaq bərabəryanlıdır.



9. Üçbucağın bir təpəsindən çəkilmiş median və hündürlük həmin bucağı üç bərabər hissəyə bölürsə, onun düzbucaqlı üçbucaq olduğunu isbat edin.

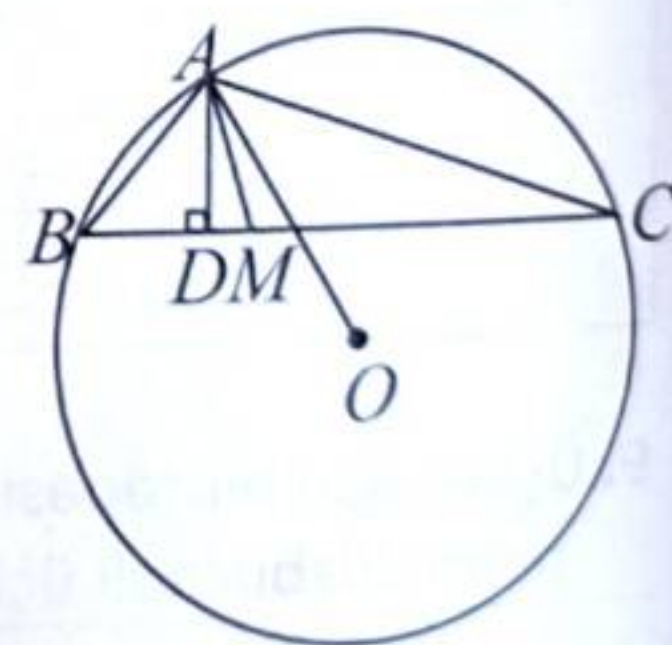


10. İsbat edin ki, bərabəryanlı üçbucağın oturacağından istənilən nöqtəsindən yan tərəflərə qədər olan məsafələrin cəmi yan tərəfə çəkilmiş hündürlüyə bərabərdir.

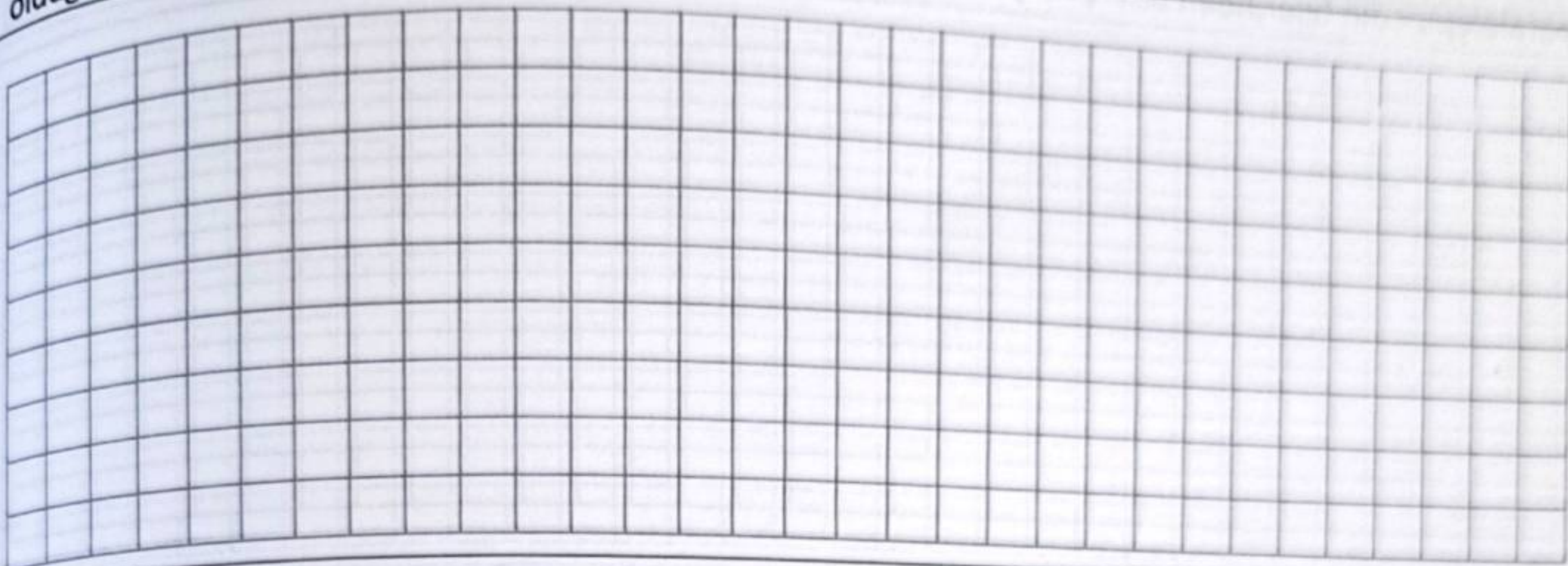


11. Düzbucaqlı üçbucaqda katetlərin uzunluqları cəmi daxilə və xaricə çəkilmiş çevrənin radiusları cəminə bərabər olduğunu isbat edin.

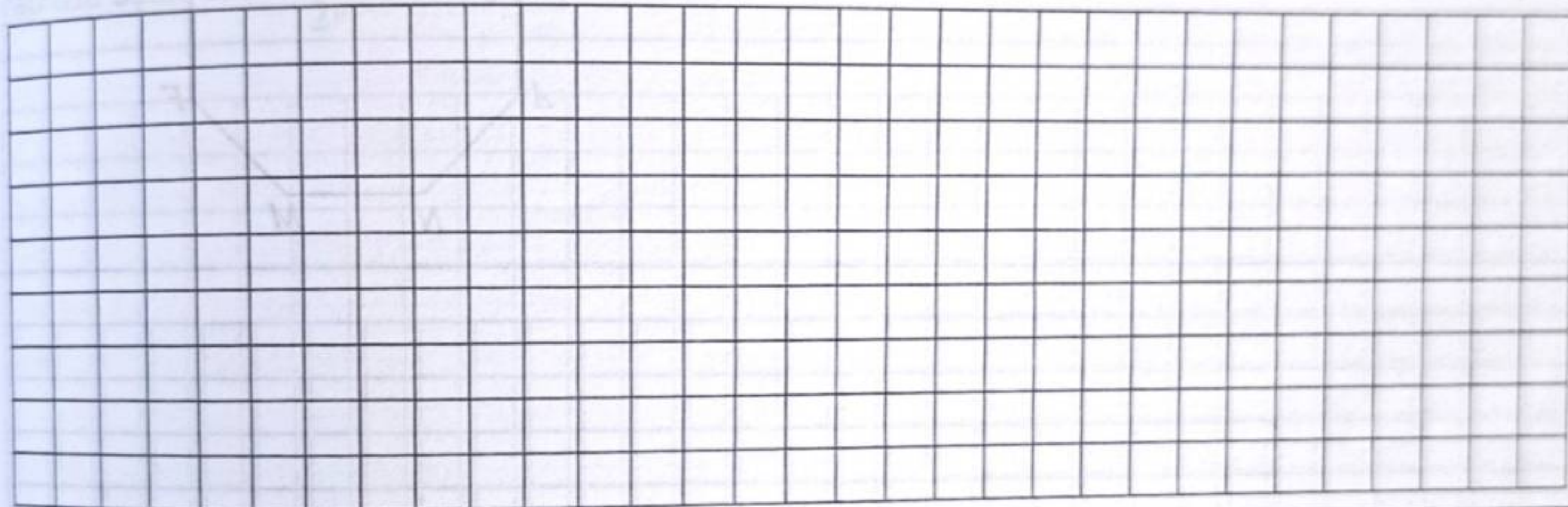
12. İsbat edin ki,  $ABC$  üçbucağında  $AM$  tən böləni,  $AD$  hündürlüyü ilə bu üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin  $OA$  radiusu arasındakı bucağı yarıya bölür.



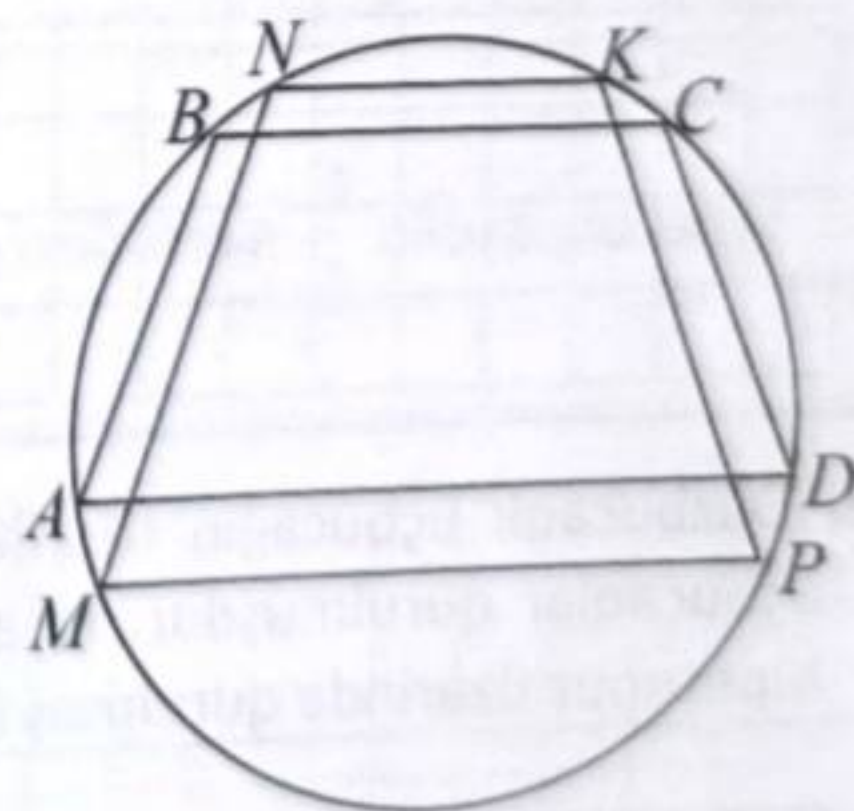
13. Qabarıq dördbucaqlının diaqonalı onu iki bərabər üçbucağa bölürsə, bu dördbucaqlının paraleloqram olduğunu isbat edin.



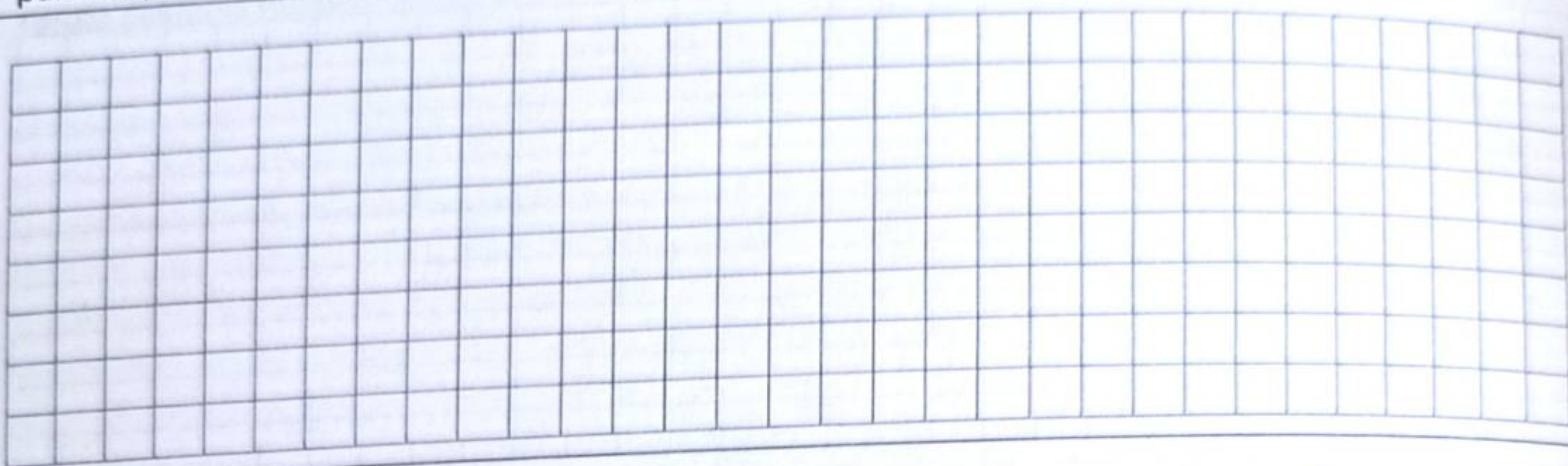
14. Qabarıq dördbucaqlının qarşı tərəflərinin ortalarını birləşdirən parça digər iki tərəfin cəminin yarısına bərabər olarsa, bu dördbucaqlının trapesiya olduğunu isbat edin.



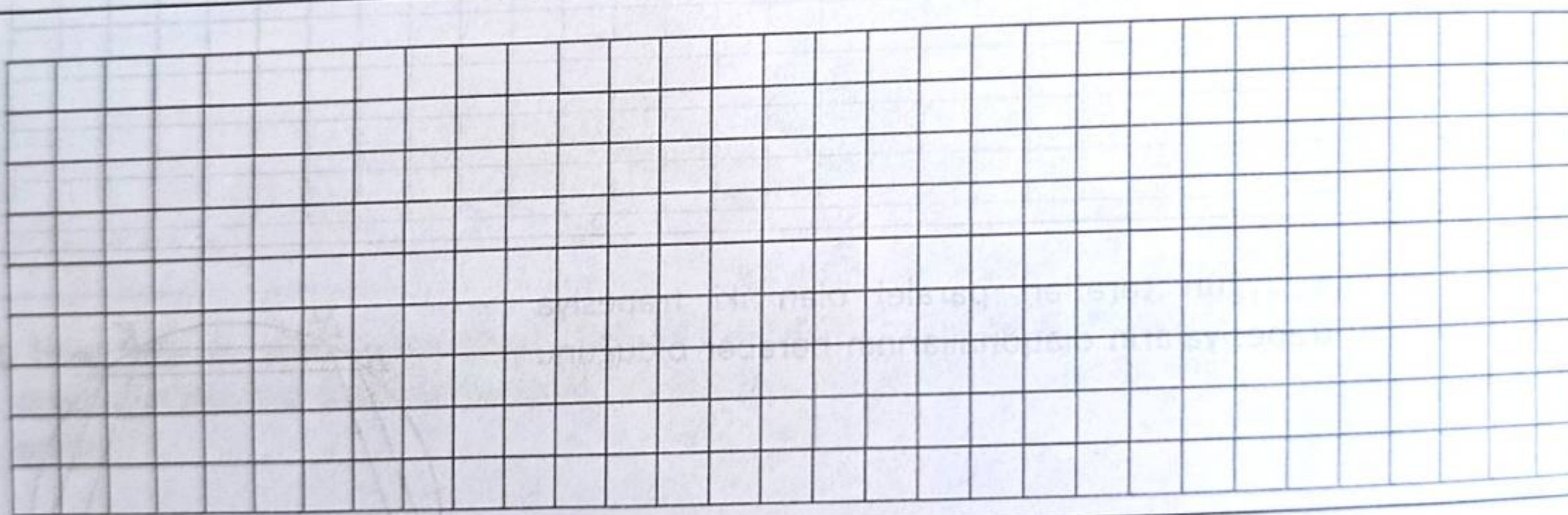
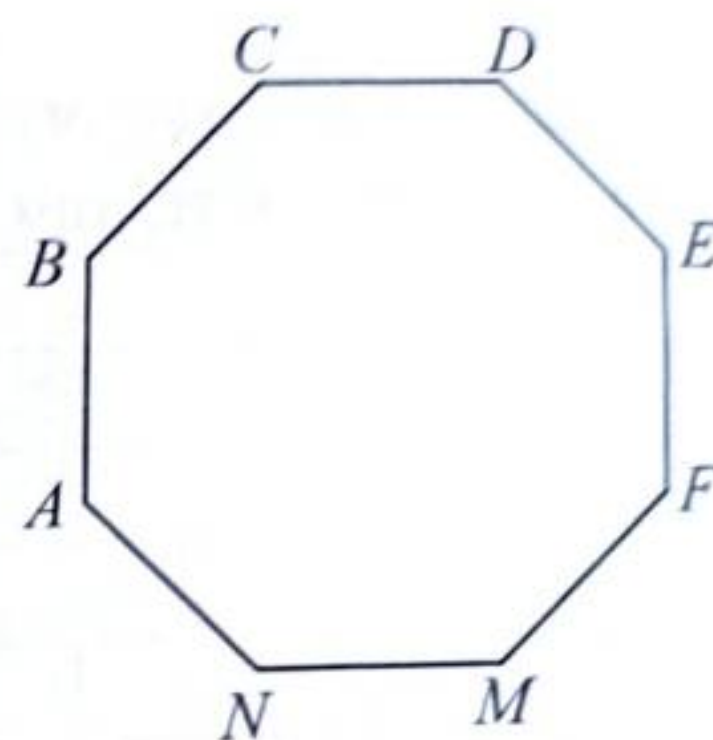
15. Çevrə daxilənə uyğun tərəfləri paralel olan iki trapesiya çəkilmişdir. Bu trapesiyaların diaqonallarının bərabər olduğunu isbat edin.



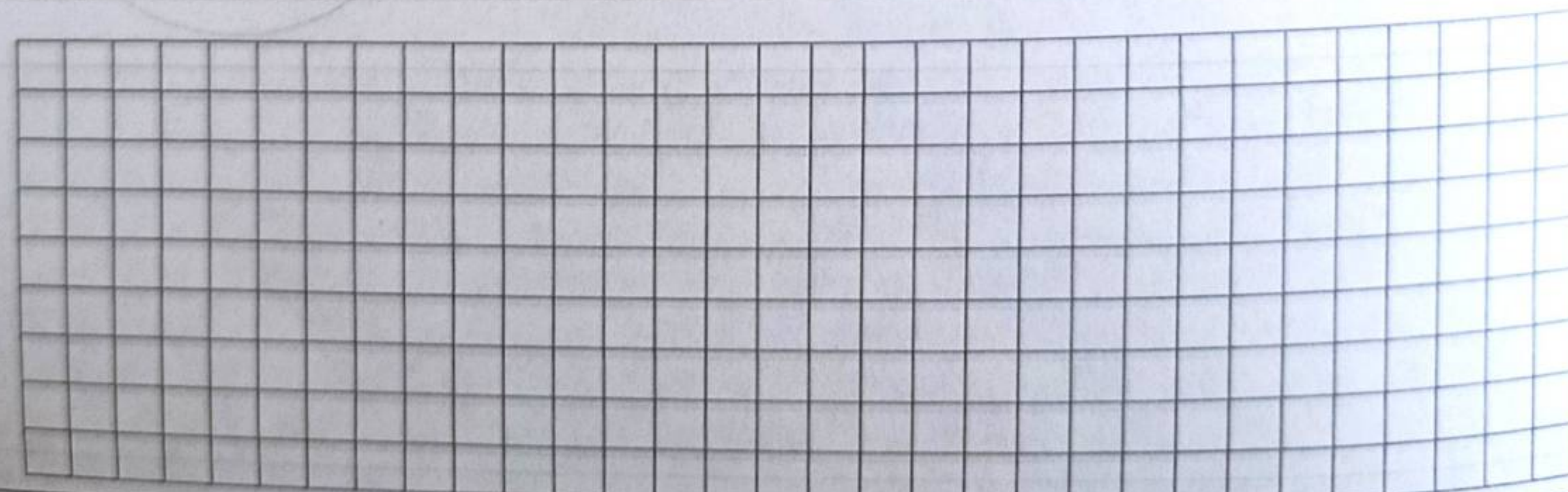
16. Həcmi  $V$  olan düzbucaqlı paralelepipedin tilləri həndəsi silsilə əmələ gətirir. İsbat edin ki, paralelepipedin tillərindən biri  $\sqrt[3]{V}$ -yə bərabərdir.



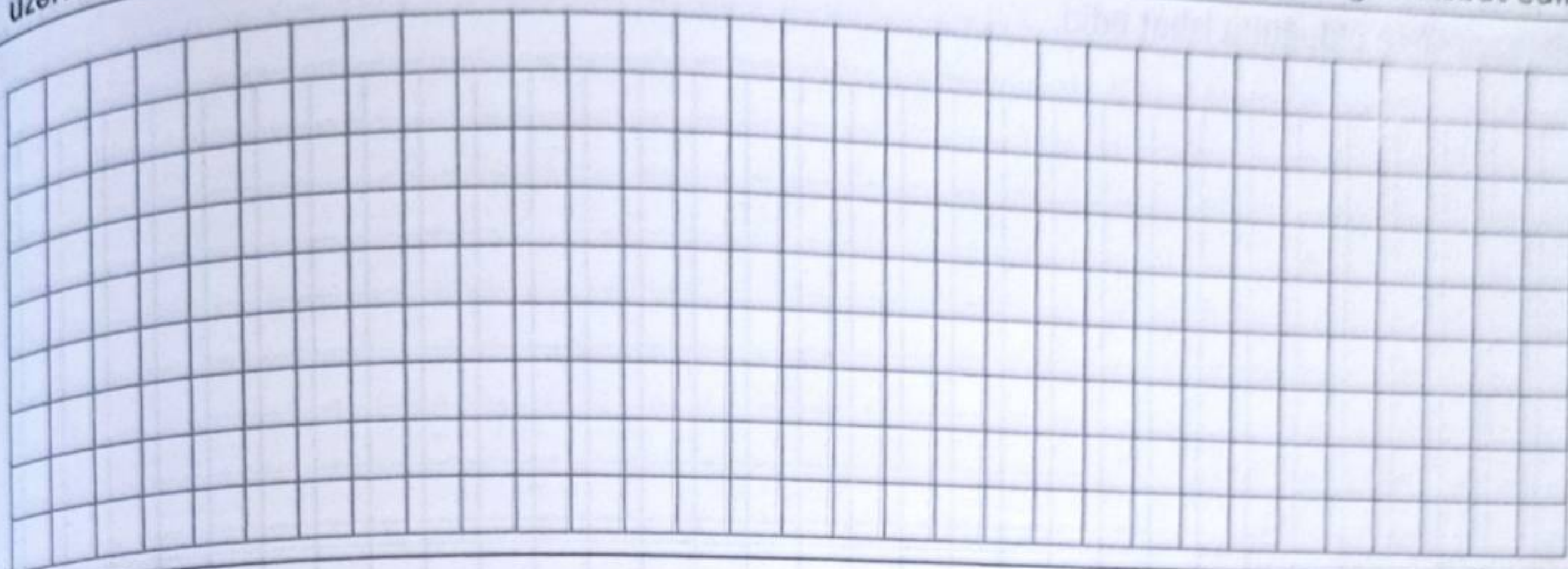
17.  $ABCDEFMN$  düzgün səkkizbucaqlısında  $\overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$  olduğunu isbat edin.



18. Düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri üzərində, üçbucağın xarici oblastında yerləşməklə bərabərtərəfli üçbucaqlar qurulmuşdur. İsbat edin ki, katetləri üzərində qurulmuş üçbucaqların sahələrinin cəmi hipetonuz üzərində qurulmuş üçbucağın sahəsinə bərabərdir.



19. Müstəvi xaricində götürülmüş nöqtədən müstəviyə uzunluğu  $2a$  olan mail çəkilmişdir. Mailin müstəvi üzərindəki proeksiyası  $a\sqrt{3}$  olarsa, mail ilə müstəvi arasında qalan bucağın  $30^\circ$  olduğunu isbat edin.



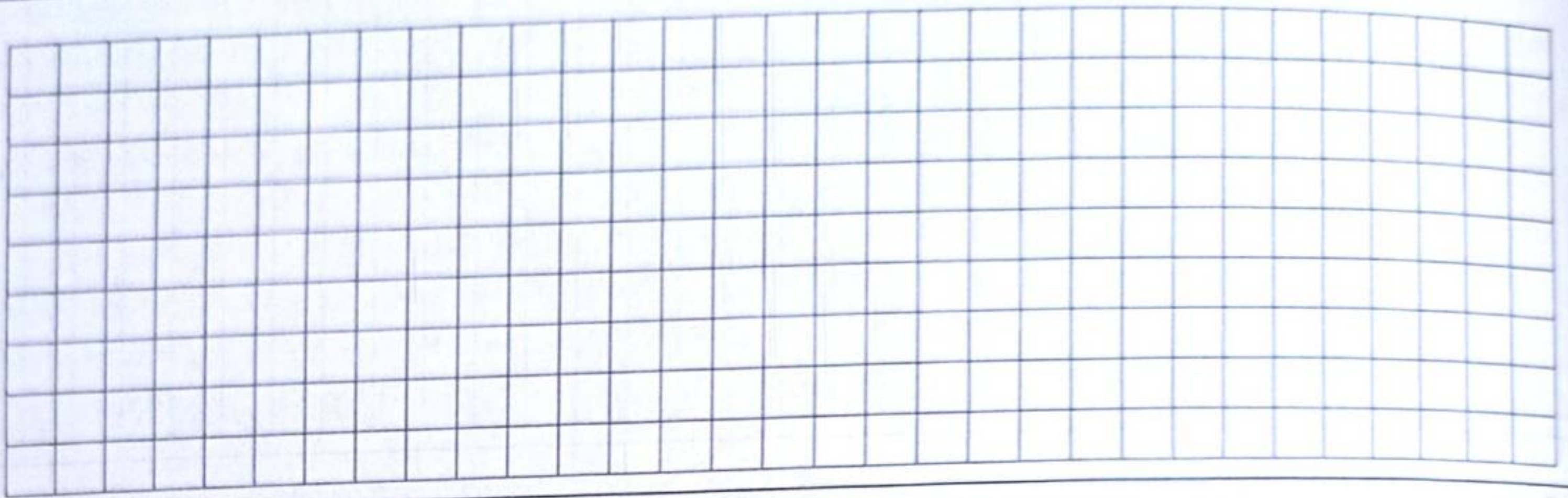
20. Sahəsi  $S$ , daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusu  $r$  olan düzbucaqlı üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusu üçün  $R = \frac{S - r^2}{2r}$  olduğunu isbat edin.



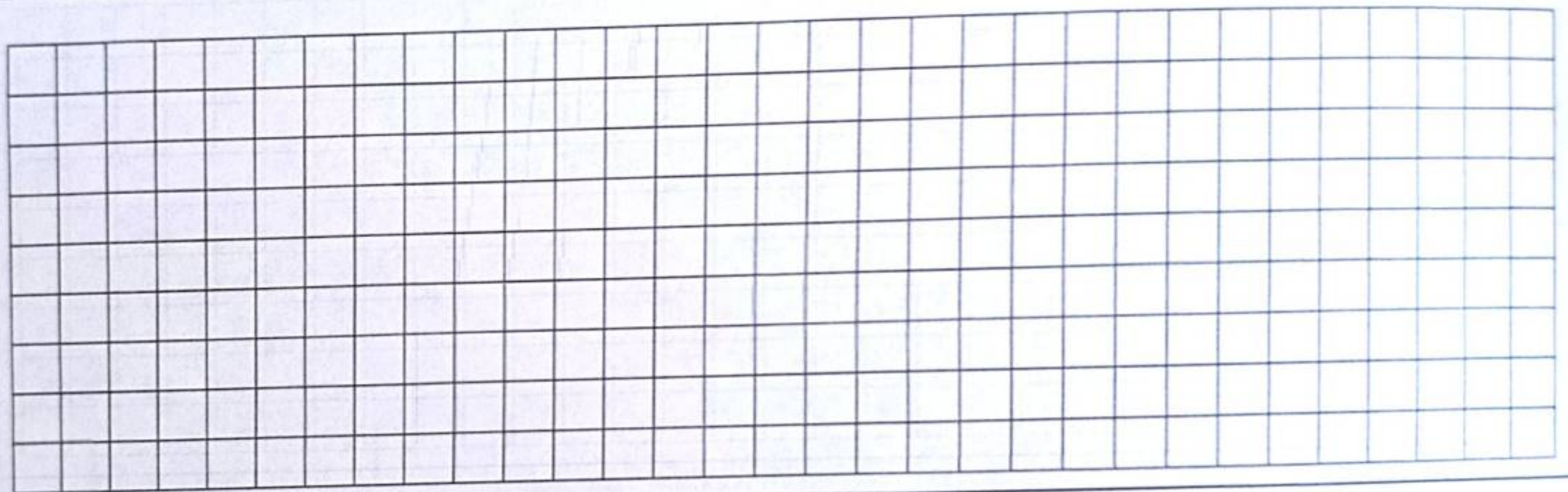
21. Bərabərtərəfli konusun tam səthinin sahəsinin yan səthinin sahəsinə nisbətinin  $\frac{3}{2}$  olduğunu isbat edin.



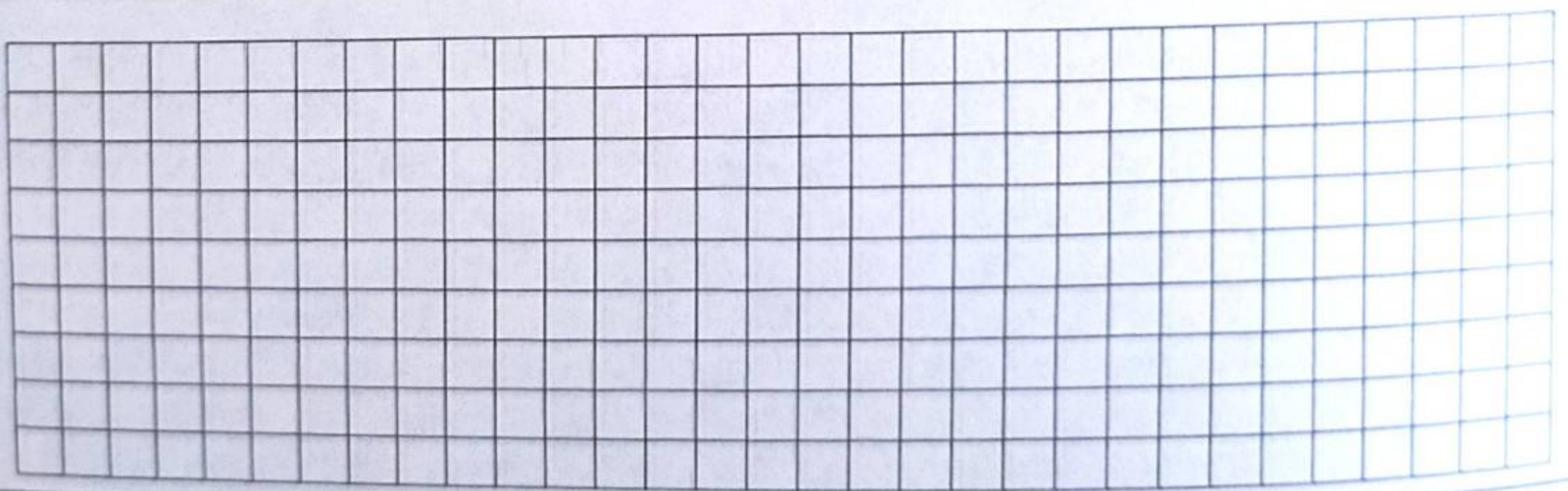
22. Uzunluqları bərabər olan üç müxtəlif mailin eyni müstəvi ilə əmələ gətirdiyi bucaqlar  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  və  $\alpha < \beta < \gamma$ , həm də bu maillərin uc nöqtələrindən müstəviyə qədər məsafələr, uyğun olaraq,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  olarsa,  $a < b < c$  olduğunu isbat edin.



23. Su damlasının suya düşməsi nəticəsində radiusu eyni ədəd qədər artan konsentrik çevrələr əmələ gəlir. 8-ci və 3-cü çevrələrin radiusları fərqlərinin 6-cı və 2-ci çevrələrin radiusları fərqlərindən böyük olduğunu isbat edin.



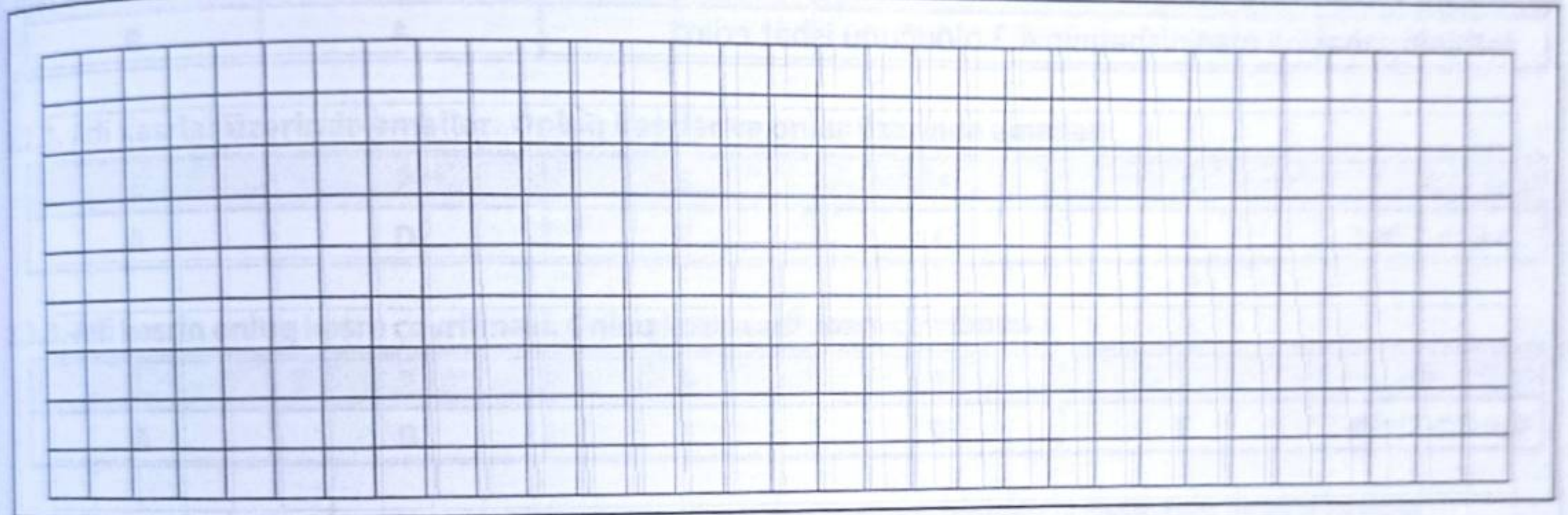
24. İti bucağı  $15^\circ$ , katetləri  $a$  və  $b$  olan düzbucaqlı üçbucağın sahəsinin  $\frac{a^2 + b^2}{8}$  olduğunu isbat edin.



25. Tili  $a$  olan kubun daxilinə kürə çəkilib. Kubun həcmnin kürənin həcminə olan nisbətinin  $6:\pi$  olduğunu isbat edin.



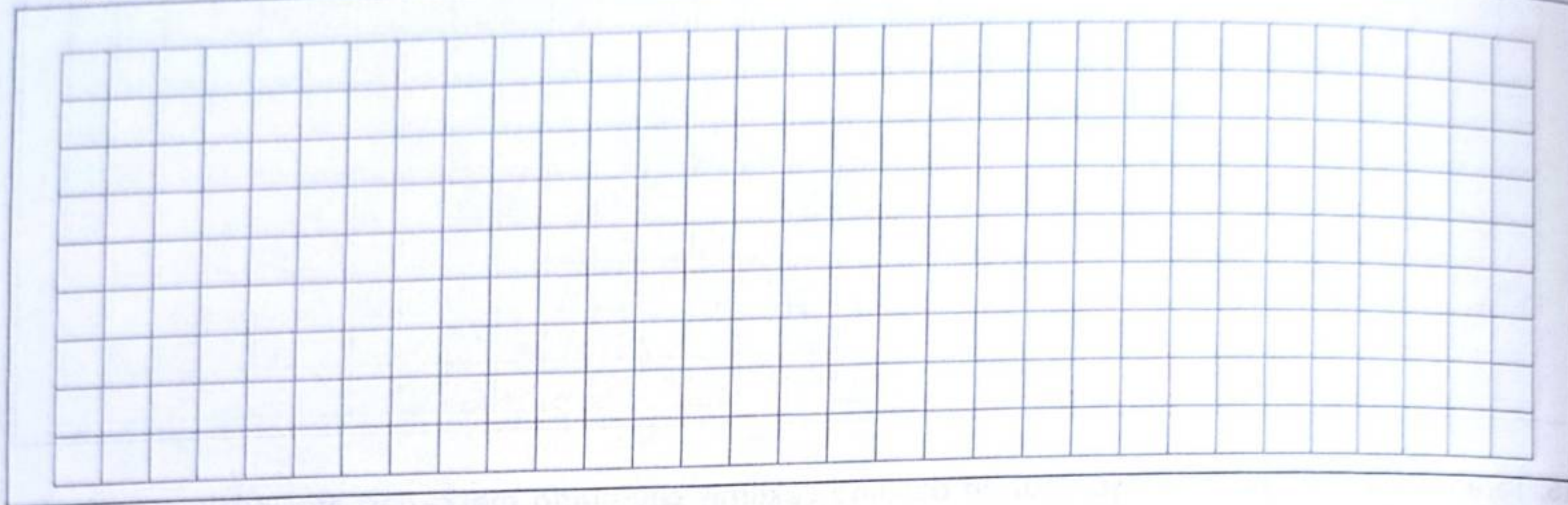
26. Tərəfi  $a$  olan kubun iki qonşu üzünün daxilinə çəkilmiş çevrələrin mərkəzləri arasındakı məsafənin, kubun üzünün diaqonalının yarısına bərabər olduğunu isbat edin.



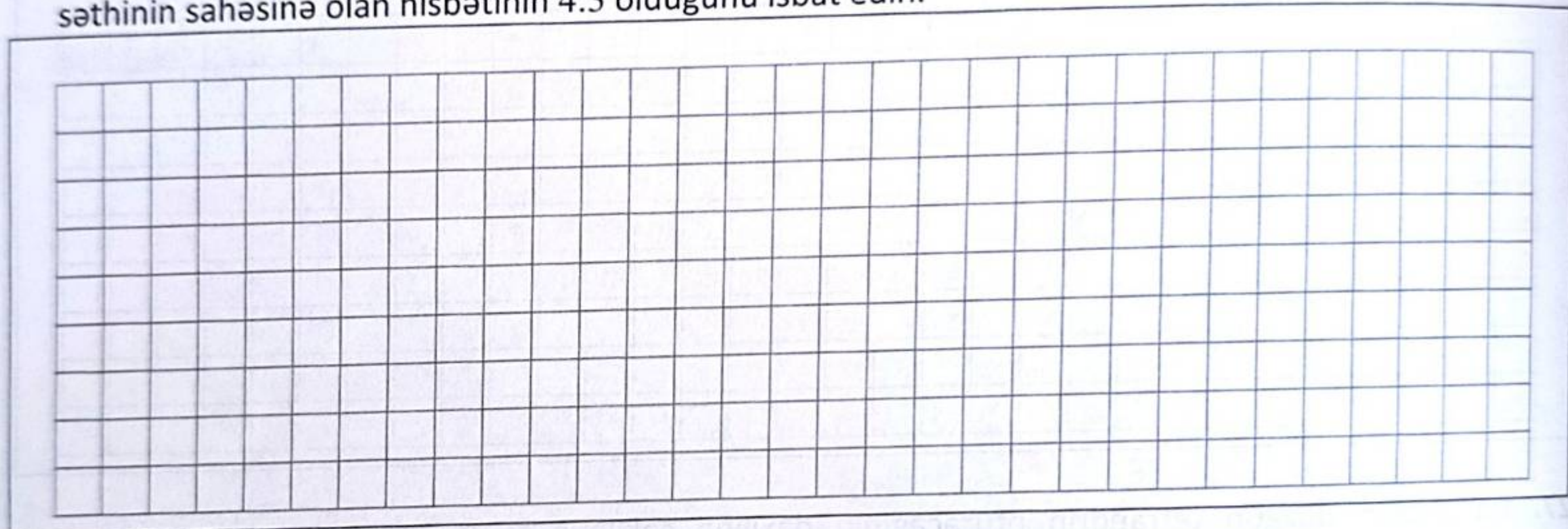
27. Tili  $a$  olan düzgün tetraedrin oturacağına daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusunun, tetraedrin hündürlüyünə olan nisbətinin  $1:2\sqrt{2}$  olduğunu isbat edin.



28. Piramidanın oturacağı, tərəfi  $2a$  və iti bucağı  $\alpha$  olan rombdur. Piramidanın daxilinə doğuranı oturacaq müstəvisi ilə  $\beta$  bucağı əmələ gətirən konus çəkilmişdir. Konusun hündürlüyünün  $a \cdot \sin \alpha \cdot \tan \beta$  ifadəsinə bərabər olduğunu isbat edin.



29. Həcmi  $V$  olan kürə daxilinə bərabərtərəfli silindr çəkilmişdir. Kürənin səthinin sahəsinin silindrin tam səthinin sahəsinə olan nisbətinin  $4:3$  olduğunu isbat edin.



30. İsbat edin ki, silindrin həcmi ilə onun daxilinə çəkilmiş kürənin həcmnin nisbəti  $3:2$ -yə bərabərdir.

